فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی
شماره ۴۳ (پاییز ۱۳۸۸) صص. ۸۵ تا ۹۳

حدس بس؟ اجماع پیش رو دربارهٔ اثبات حدس‌های پوآنکاره و هندسی‌سازی *

الین جکسون

مترجم: سید محمد باقر کاشانی

آیا حدس پوآنکاره [۱] و حدس هندسی‌سازی ترستون [۲] ثابت شده است؟

از زمانی که گریگوری پرلمان [۳] مقاله‌های اکنون مشهور خود را در پایگاه قرار داد، بیش از سه سال است که این سؤال در ذهن ریاضیدانان می‌باشد. در نیمهٔ تابستان ۲۰۰۶، هنگامی که زمان برگزاری کنفرانس بین‌المللی ریاضیدانان در مادرید نزدیک می‌شد و حدس و گمان دربارهٔ مدال‌های فیلدز اذهان را به خود مشغول کرده بود، بعضی از متخصصین که در خلال سه سال گذشته عبارت‌های محتاطانه‌ای (دربارهٔ اثبات‌ها) ارائه می‌دادند به صورت روزافزونی مطمئن می‌شدند که سرانجام حدس‌ها ثابت شده‌اند. به ویژه، بسیاری معتقدند حدس پوآنکاره اکنون یک قضیهٔ اصیل است. وضعیت (اثبات) حدس هندسی‌سازی تا اندازه‌ای کمتر واضح است، ولی خوشبینی زیادی وجود دارد که این نتیجه نیز به زودی نهایی می‌شود.

پول و افتخار

برای ریاضیدانان، یک میلیون دلاری که مؤسسه ریاضی کِلِیْ (CMI) برای حل حدس پوآنکاره پیشنهاد کرده است صرفاً امری صوری است. جایزهٔ واقعی افتخاری است که از حل مسأله‌ای

---

*) Conjectures No More? Consensus Forming on the Proof of the Poincaré and Geometrization Conjectures. Notices of the AMS., Vol 53, No 8, Sep 2006, 897-901.

الین جکسون (Allyn Jackson) نویسندهٔ ارشد و جانشین ویراستار مجلهٔ Notices می‌باشد. آدرس الکترونیک او عبارت است از: axj@ams.org

1) Henri Poincaré 2) Thurston 3) Grigory Perelman

که بیش از یک قرن ریاضی‌دانان را به مبارزه می‌طلبید، نصیب می‌شود. این حدس به سال ۱۹۰۴ برمی‌گردد، هنگامی که هانری پوآنکاره حدس زد که ویژگی ساده همبند بودن از نظر توپولوژیک، کرهٔ سه بُعدی را از سایر خمینه‌های سه بعدی فشرده متمایز می‌کند. از آن زمان تاکنون تلاش‌های ناموفق زیادی برای اثبات حدس پوآنکاره به عمل آمده است، برخی از آن‌ها توسط ریاضیدانان مشهوری مانند ای. موئز[1]، سی. پاپاکیریاکپلوس[2]، وی. پونارو[3] و سی. رورک[4] به عمل آمده است. حدود شش ماه قبل از انتشار اولین مقالهٔ پرلمان در شبکهٔ جهانی وب، اثبات نادرستی توسط ام. دان وودی[5] از دانشگاه ساوتهمتُن در ۲۰۰۲ ارائه شد. تقریباً بلافاصله پس از انتشار خبر اثبات دان وودی (مقاله‌ای در آوریل سال ۲۰۰۲ در نیویورک تایمز چنین سرخطی داشت «ریاضیدان باهوش بریتانیایی ممکن است مسأله را حل کرده باشد»)، این اثبات کنار گذاشته شد.

در حقیقت، آن قدر اثبات‌های نادرست از حدس پوآنکاره ارائه شده است که جان استالینگز[6] از دانشگاه کالیفرنیا، برکلی، مقاله‌ای تحت عنوان «چگونه حدس پوآنکاره را ثابت نکنیم» را که در ۱۹۶۶ نوشته بود، در پایگاهش قرار داد و در آن حملهٔ ناموفق خودش (برای اثبات حدس پوآنکاره) را به عنوان اخطاری به دیگران توصیف کرد که ممکن است به همان ایده روآورند. ویژگی مشترک بیشتر تلاش‌های نافرجام تکیه بر بخش‌های صرفاً توپولوژیک است. ولی جان مورگان[7] از دانشگاه کلمبیا یادآوری کرده است که، «به نظر می‌رسد چنین مسأله‌ای تسلیم آن گونه بحث‌ها نمی‌شود.» او اعلام کرد که برای حل این مسأله به ابزارهایی خارج از توپولوژی یعنی ابزارهایی از هندسه و آنالیز لازم است.

برخلاف تلاش‌های نافرجام متعدد برای اثبات حدس پوآنکاره، به نظر می‌رسد، قبل از این که کار پرلمان ظاهر شود، هیچ کس به طور جدی ادعا نکرده بود که می‌تواند حدس کامل هندسی‌سازی ترستن را حل کند. در حقیقت، این حدس خیلی عمیق‌تر و غنی‌تر از حدس پوآنکاره است و آن را به عنوان حالت خاصی دربردارد. حدس هندسی‌سازی ابتدا در دههٔ ۱۹۷۰ توسط ویلیام ترستن، که اکنون در دانشگاه کُرنِل است، ارائه شد، این حدس روشی برای رده‌بندی همهٔ خمینه‌های سه بعدی فراهم می‌کند. تیزبینی قابل تحسین ترستن این بود که توجه کرد که هندسه چگونه می‌تواند برای درک توپولوژی سه خمینه‌ها مورد استفاده واقع شود. حدس هندسی‌سازی می‌گوید که هر سه خمینه می‌توانند به قطعه‌هایی به طور اصولی یکتا تجزیه شوند چنان که هر یک از این قطعه‌ها دارای ساختاری هندسی است که توسط یکی از هشت مدل هندسی داده می‌شود. حدس قبل از کار پرلمان کاملاً باز نبود. این (حدس) در بسیاری از حالت‌ها حل شده بود. ترستن خودش آن را برای خمینه‌هایی که به اندازهٔ کافی جا دارند (تعریف ص ۲۲۸ از [میلنُر] را ببینید)، حل کرد. ریاضیدانان متعددی نسبت به حل کامل حدس برای شش مدل از هشت مدل هندسی (ص ۲۲۹ از [میلنُر] را ببینید.) تلاش‌های موفقی داشته‌اند. دو مدل هندسی باقی‌مانده عبارتند از مدل‌های کروی و

1) E. Moise 2) C. Papakyriakopolous 3) V. Poenaru 4) C. Rourke 5) M. Dunwoody
6) John Stallings 7) John Morgan

هذلولوی که متریک‌های آن‌ها به ترتیب دارای خمیدگی‌های ثابت مثبت و منفی است. حدس پوآنکاره در ذیل حالت متریک‌های با خمیدگی ثابت مثبت قرار می‌گیرد (یک بررسی تاریخی عالی [میلنُر] است.)

بااین پیش زمینه، هنگامی که پرلمان مقاله‌هایش را در arxiv قرار داد، اولی را در نوامبر ۲۰۰۲، دومی را در مارس ۲۰۰۳ و سومی را در جولای ۲۰۰۳ [پرلمان ۳ ـ ۱]، ریاضیدانان به طور طبیعی بدبین بودند. با وجود این، تلاش‌های او از ابتدا کاملاً جدی گرفته شد. یک دلیل این است که پرلمان ریاضیدان مورد اعتمادی است که قبلاً سهمی برجسته در آنالیز هندسی داشته است. او در کنفرانس بین‌المللی ریاضیدانان، ICM، ۱۹۹۴ در زوریخ سخنران مدعو بود که در بخش هندسه یک سخنرانی در بارهٔ فضاهای با خمیدگی دارای کران پائین ارائه داد. در ۱۹۹٦ او برندهٔ یکی از ده جایزه‌ای شد که انجمن ریاضی اروپا به ریاضیدانان جوان برجسته هر چهار سال یک بار اهدا می‌کند (پرلمن از پذیرش آن جایزه خودداری کرد). دلیل دیگری که کار پرلمان جدی گرفته شد این است که کار وی با برنامهٔ کاملاً مشهور برای به کاربردن شارریچی برای اثبات حدس هندسی‌سازی جور در می‌آمد. آغازگر این برنامه ریچارد همیلتن[1] است، که اکنون در دانشگاه کلمبیاست و یکی از سخنرانان عمومی در کنفرانس بین‌المللی ریاضیدانان، ICM، ۲۰۰٦، در مادرید خواهد بود. چکیدهٔ سخنرانی همیلتن بیان می‌کند که برنامهٔ شارریچی توسط او وشینگ ـ تانگ یاوْ از دانشگاه هاروارد تدوین شده است . این ایده که نخستین بار در یک مقالهٔ همیلتن در سال ۱۹۸۲ [همیلتن] توصیف شد، عبارت است از کاربرد شارریچی، یک معادلهٔ دیفرانسیل جزئی که صورت غیرخطی معادلهٔ حرارت است، برای همگن‌سازی هندسهٔ سه خمینه‌ها به منظور نشان دادن این که در رده‌بندی ترستن می‌گنجند. عموماً اعتقاد بر این بود که از نظر فلسفی، رویکرد همیلتن باید به هدف برسد. این باور همچنان که همیلتن و دیگران مقدار زیادی از آنالیز مورد نیاز را فراهم آورند، تقویت می‌شد. سخت‌ترین مانع بررسی تکینی‌هایی بود که می‌توانست در شارریچی به وجود آید. این مانع بود که پرلمان را بر آن داشت تا، با معرفی ایده‌های عمیق جدید در آنالیز هندسی، پدیدهٔ چنان شگفت‌انگیزی بیافریند. (توصیفی عالی دربارهٔ شارریچی [اندرسن] است.)

جَذْبهٔ پرلمان

در بهار سال ۲۰۰۳، پس از آن که مقاله‌های اول و دوم او در پایگاه ظاهر شد، پرلمان سخنرانی‌هایی در دانشگاه‌های مختلف آمریکا، از جمله دانشگاه کلمبیا، موسسهٔ صنعتی ماساچوست، و دانشگاه پرینسون ارائه داد، به علاوه چند سخنرانی در دانشگاه استونی بروک ایراد کرد. پس از این سخنرانی‌ها به زودی او به موطن خود سن پترزبورگ برگشت، و از آن زمان فقط سخنرانی‌های معدودی در این زمینه ارائه داده است. او سؤال‌های ریاضی را با پیغام الکترونیکی پاسخ می‌داد، ولی بعضی از ریاضیدانان گزارش می‌کنند که پس از مدتی حتی این نوع ارتباط را هم متوقف کرده است.

1) Richard Hamilton

روشن نیست که پرلمان از اعلام و تحسین موفقیت‌هایش چه برداشتی کرده است. بسیاری از مقاله‌ها دربارهٔ کارهای او در نشریات مشهور چاپ شده است. اگرچه او ظاهراً هرگز مصاحبه‌ای با گزارشگران نکرده است.

وقتی که ریاضیدانان شروع به خواندن دقیق مقاله‌هایش کردند، آن‌ها را سخت و عمیق یافتند. جان لات[۱] از دانشگاه میشیگان می‌گوید «اگر به تعدد زمینه‌های جدیدی که پرلمان در چند صفحهٔ معدود شکافته است، توجه کنیم ملاحظه خواهیم کرد که مقاله‌ها با دقت بسیار زیادی نوشته شده‌اند.» «با وجود این، آن‌ها چنان نوشته نشده‌اند که به آسانی بتوان کامل بودن بحث‌هایش را پذیرفت.» مورگان توجه می‌دهد که پرلمان بعضی از تکنیک‌های ظاهراً استاندارد ولی تا اندازه‌ای ماهرانه را برای این که بتفصیل بررسی شوند، حذف می‌کند. او اعلام می‌دارد که گاهی بحث‌هایی با عباراتی توجیه می‌شود که مشابه بحث‌های پیشین‌اند، ولی همیشه واضح نیست که بحث‌های قبلی دقیقاً چگونه با آنها سازگارند. در رأس این مشکلات، وجود چند اشتباه آشکار در مقاله است، اگرچه هیچکدام جدی نیست. به نظر می‌رسد پرلمان هرگز مقاله‌هایش را برای چاپ به مجله‌ای ارسال نکرده است. اگر او چنین می‌کرد، احتمالاً بدون تجدیدنظر اساسی پذیرفته نمی‌شدند. به محض ظاهر شدن مقاله‌های پرلمان در وبگاه، ریاضیدانان تلاش برای فهم و بررسی آن‌ها را آغاز کردند. در ژوئن ۲۰۰۳، لات همراه با بروس کلاینر[۲] که اکنون در دانشگاه ییل است وبگاهی را ایجاد کردند که در آن همچنان که به دقت در مطالعه مقاله‌های پرلمان پیشرفت می‌کردند، یادداشت‌های خود را دربارهٔ آن‌ها ارائه می‌دادند. در اواخر ۲۰۰۳ مؤسسه ریاضی امریکایی در پَلُوالتُو و مؤسسه تحقیقات ریاضی در برکلی به طور مشترک کارگاهی را دربارهٔ مقالهٔ اول پرلمان پشتیبانی کردند، کارگاه دیگری، دربارهٔ مقالهٔ دوم پرلمان در تابستان ۲۰۰۴ در دانشگاه پرینسون برگزار شد. مؤسسه کِلِیْ، که علاقهٔ آشکاری به اطلاع از صحت کار پرلمان دارد، هزینهٔ کارگاه پرینسون را فراهم کرد، همچنین یک مدرسهٔ تابستانی یک ماهه در تابستان سال ۲۰۰۵ در MSRI برگزار نمود. به علاوه، مؤسسه کِلِیْ از لات و کلاینر که به افزایش و در دسترس قراردادن یادداشت‌های خود در وبگاه ادامه می‌دادند، و نیز به مورگان و گنگ تیان[۳] از دانشگاه پرینستون که در حال نوشتن کتابی دربارهٔ کار پرلمان در زمینهٔ حدس پوآنکاره بودند، کمک‌های مالی ارائه نمود.

در ژوئن ۲۰۰۵، جرارد بِسون[۴] از دانشگاه گرنوبل یک سخنرانی بورباکی دربارهٔ کار پرلمان ارائه داد، که در سری Asterisques، سپتامبر ۲۰۰۶ چاپ خواهد شد. در پاییز ۲۰۰۵، زی ـ پینگ ژو[۵] از دانشگاه ژانگشان یک سری سخنرانی شش ماهه در دانشگاه هاروارد ارائه داد، که در آن محتوای مقاله‌ای که او همراه با اچ ـ دی کَاُو[۶] از دانشگاه Lehigh نوشته‌اند و در شمارهٔ ژوئن ۲۰۰۶ Asian J. Math. چاپ شده است، توضیح می‌داد. کارگاه‌ها و مدرسه‌های تابستانی دیگری دربارهٔ موضوع بجز سخنرانی‌های متعدد در دپارتمان‌های ریاضی و کنفرانس‌ها، برگزار شده است.

1) John Lott 2) Bruce Kleiner 3) Gang Tian 4) Gérard Besson 5) Xi-Ping Zhu 6) H. D. Cao

گروه‌های مطالعاتی دربارهٔ مقاله‌های پرلمان در کشورهای مختلف از جمله چین، فرانسه، آلمان و امریکا تشکیل شده است. در حالی که به نظر می‌رسد مقاله‌های پرلمان هرگز به معنی معمولی داوری نشده است، از زمانی که در پایگاه قرار گرفته‌اند به مدت سه سال و نیم زیر بررسی دقیق بوده‌اند. گذشت آسان زمان بدون این که کسی مشکل جدی در کارش بیابد حداقل برای بسیاری از افراد (ریاضیدانان) غیر متخصص، منجر به این حکم شده است که آن‌ها باید درست باشند. مثلاً کوجی فیوجیوارا[1] از دانشگاه توکیو متخصص این موضوع نیست، ولی او معتقد است و استدلال می‌کند به دو دلیل کار پرلمان باید درست باشد «از نظر فلسفی اگر چیزی غلط بود، چنان که رویکرد (پرلمن) نمی‌توانست صحیح باشد، پس از سه سال یکی باید می‌توانست مشکل فلسفی را بیابد» فرجیوارا اضافه می‌کند که پرلمان یک متخصص کاملاً مشهور در موضوع خمیدگی ریچی است و مقاله‌های قبلی‌اش قابل اعتماد بوده‌اند و اشتباهی در آن‌ها یافت نشده است. البته، این نوع اطمینان ویژه افراد غیر متخصص است. متخصصین باید خیلی سخت تلاش کنند.

تکمیل جزئیات

جان مورگان در مصاحبه‌ای در ماه مه ۲۰۰۶ اعلام کرد «آن‌ها باید به خاطر اثبات حدس پوآنکاره به پرلمان مدال فیلدز بدهند»، «من معتقدم بحث درست است، و فکر می‌کنم، همهٔ کسانی که به طور جدی آن را مطالعه کرده‌اند با من هم عقیده باشند. این کار به وضوح هیجان انگیزترین مطلبی است که در چهار سال اخیر، از زمانی که مدال‌های فیلدز قبلی اهدا شد، در ریاضیات ظاهر شده است». مورگان همچنین اعلام کرد کتابی که او و تیان در حال نوشتن آن هستند و در اوایل ۲۰۰۷ منتشر می‌شود، یک توصیف کامل از اثبات پرلمان از حدس پوآنکاره، ارائه می‌دهد. مورگان اضافه کرد که او شک ندارد که پرلمان می‌تواند حدس هندسی‌سازی را نیز ثابت کند، ولی او شخصاً اثبات آن را به دقت بررسی نکرده است برعکس کاری که برای اثبات حدس پوآنکاره انجام داده است.

در واقع، بسیاری از ریاضیدانان اعتماد بیشتری به اثبات حدس پوآنکاره دارند تا اثبات هندسی‌سازی. پرلمان خودش راه میان‌بری برای حدس پوآنکاره فراهم آورده است، در حالی که به مطالب خیلی گسترده‌تری برای اثبات حدس کامل هندسی‌سازی نیاز است. عده‌ای بر این باورند که بهترین راه برای اطمینان از این که حدس پوآنکاره واقعاً ثابت شده است این است که اثبات حدس هندسی‌سازی بررسی شود. بنابراین وضعیت اثبات حدس هندسی‌سازی چگونه است؟

در ماه مه سال ۲۰۰۶، کلاینر و لات مقاله‌ای در arxiv با عنوان «یادداشت‌هایی دربارهٔ مقاله‌های پرلمن» قرار دادند. آن‌ها می‌گویند مقاله‌شان، همراه با مقالهٔ ۲۰۰۵ تألیف تی. شیویا[2] و تی. یاماگوچی[3] جزئیات بحث‌های پرلمان برای حدس هندسی‌سازی را فراهم می‌کند. لات هشدار می‌دهد که قبل از این که بتوان حکم پذیرش فراگیر کار پرلمان (دربارهٔ حدس هندسی‌سازی)

1) Koji Fujiwara 2) T. Shioya 3) T. Yamaguchi

را صادر کرد باید کار مورد کنکاش بیشتری توسط جامعهٔ ریاضی قرار گیرد. مقالهٔ کلاینر ــ لات مبتنی بر مجموعهٔ یادداشت‌هایی است که آن‌ها از تابستان ۲۰۰۳ در پایگاه اینترنتی قرار می‌دادند. در خلال سه سالی که آن‌ها یادداشت‌ها را تکمیل و عمومی می‌کردند، کلاینر و لات تصحیحات و پیشنهادهایی از بسیاری از ریاضیدانان در یافت کرده‌اند. آن‌ها قصد دارند مقاله‌شان را به یک مجله تسلیم کنند. در اواخر آوریل ۲۰۰۶ مجلهٔ آسیایی ریاضی Asian . J . Math. در پایگاهش از چاپ آتی مقالهٔ ژو و کَاُو با عنوان «یک اثبات کامل از حدس‌های پوآنکاره و هندسی‌سازی ــ کاربردی از نظریه همیلتن ــ پرلمان از شارریچی» خبر داد. آگهی شامل چکیده مقاله بود، که اعلام کرد: در این مقاله، یک اثبات کامل از حدسیه‌های پوآنکاره و هندسی‌سازی ارائه می‌دهیم. این کار متکی به همهٔ کارهای بسیاری از آنالیز ــ هندسی‌دان‌ها در خلال سی سال گذشته است. این اثبات باید به عنوان موفقیت کامل نظریهٔ همیلتن ــ پرلمان از شارریچی در نظر گرفته شود؛، مقالهٔ ۳۳۰ صفحه‌ای که در شمارهٔ ژوئن سال ۲۰۰۶ مجلهٔ آسیایی چاپ شده در دسترس می‌باشد. مقالهٔ ژو ـ کَاُو به صورت یک پیش چاپ در دسترس قرار نگرفت، ولی کار ارائه شده در مقاله در سخنرانی‌های ژو در هاروارد در خلال سال تحصیلی ۲۰۰۶ ــ ۲۰۰۵ توصیف شد.

عده‌ای به زمان کم بین تاریخ تسلیم مقالهٔ ژو ــ کَاُو، دسامبر ۲۰۰۵ و تاریخ پذیرش آن، آوریل ۲۰۰۶ مورد توجه قرار داده‌اند و اظهار نگرانی کرده‌اند که آیا چنین مقالهٔ مهمی با بیش از ۳۰۰ صفحه می‌تواند به صورت جدی در چنین زمان کوتاهی بررسی شده باشد. یاوْ[1] که یکی از داوران اصلی «مجلهٔ آسیایی» است در مصاحبهٔ ماه مه ۲۰۰۶ گفت که مقاله در حدود یک سال در دسترس بوده است و «ما خیلی دقت کرده‌ایم تا قبل از این که مطمئن شویم که همه چیز درست است، آن را چاپ و منتشر نکنیم» ـ (از یاوْ) سؤال شد که آیا مقاله به صورت معمولی داوری شده است، یاو گفت که چنین شده است و توجه داد که مجلهٔ آسیایی استاندارد خیلی بالایی دارد.

اگرچه زمان کافی بر مقالهٔ ژو ــ کَاُو برای این که تحت بررسی دقیق جامعهٔ ریاضی قرار گیرد، سپری نشده است، آن مقاله به خاطر پوشش تبلیغاتی مطبوعات چینی در ژوئن ۲۰۰۶ به طور وسیعی شهرت یافت. سر خط مقاله‌ای در سرویس خبری شین هوا در سوم ژوئن ۲۰۰۶ چنین است «ریاضیدانان چینی معمای سراسری را حل می‌کنند». جملهٔ اول مقاله به این صورت است: «دو ریاضیدان چینی قطعه‌های نهایی حل معمایی که دانشمندان سراسر جهان را برای بیش از یک قرن به خود مشغول کرده بود، در کنار هم قرار دادند».

کَاُو توجه رسانه‌ها به کار مشترکش با ژو را بیش از حد ارزیابی می‌کند. برخی از مقاله‌های خبری چینی به انگلیسی ترجمه شده و در پایگاه اینترنتی قرار گرفته است. در این مقاله‌ها، موفقیت‌های ژو و کَاُو که هر دو چینی هستند، مورد تأکید قرار گرفته‌اند، در حالی که موفقیت‌های پرلمان با برجستگی کمتری ذکر شده است. در یک مطلب از خبرگزاری شین هوآ که در ۲۱ ژوئن ۲۰۰۶ چاپ شد، حتی نام پرلمان ذکر نشده است. این پوشش خبری پس از آن آغاز شد که یاوْ

1) Yau

در سوم ژوئن ۲۰۰۶ یک کنفرانس خبری در پکن برگزار کرد و در آن کار ژو و کَاُو را معرفی کرد. یاوْ بعداً گفت سخنان او در بعضی از ارزیابی‌های رسانه‌ها نادرست نقل شده و او آنچه در رسانه‌ها گفته شده تأیید نمی‌کند. در بیستم ژوئن ۲۰۰۶، او یک سخنرانی عمومی دربارهٔ موضوع در مرکز ریاضی مورنینگ در آکادمی چینی علوم در پکن ارائه کرد، که اسلایدهای آن در پایگاه این مرکز به آدرس http://www.mcm.ac.cn/Active/yav - new.pdf موجود است.

تخصیص جوائز

با این همه بازیگر، چه کسی افتخار اثبات این نتایج ماندگار را از آنِ خود می‌کند؟ این سؤال ساده‌ای نیست. غالباً در ریاضیات افتخار یک نتیجه به کسی داده می‌شود که ایده‌های قاطعی را که باعث موفقیت اثبات می‌شود، ارائه دهد حتی اگر آن شخص هرگز اثبات کامل را ننوشته باشد. به عنوان یک مثال تاریخی، رابین کربای[1] از دانشگاه کالیفرنیا، برکلی، به قضیهٔ اربیفلد[2] ترستن اشاره می‌کند. ترستن این نتیجه را با به کار بردن بحثی که کربای آن را «به طور قطعی و فاقد جزئیات» ارزیابی می‌کند، در یک مقالهٔ سال ۱۹۸۲ در بولتن انجمن ریاضی امریکا توصیف کرد [ترستن]. قضیهٔ اُربیفلد حدس هندسی‌سازی را در بر می‌گیرد هنگامی که یک گروه گسسته بر خمینه‌ای سه بعدی با نقاط ثابت عمل کند و این حالت‌های زیادی را پوشش می‌دهد، ولی حدس پوآنکاره را در بر نمی‌گیرد. پس از سپری شدن بیش از دوازده سال بدون یک اثبات کامل، کربای قضیهٔ اربیفلد را به لیست خیلی مشهورش در توپولوژی افزود و اعلام کرد که این قضیه مسألهای باز است. دو گروه مختلف از ریاضیدانان به طور مستقل اثبات‌های کاملی از قضیه ارائه دادند (یک گروه عبارتند از دی. کوپر[3]، سی. هادسُن[4] و اس. کرچهوف[5] و گروه دوم عبارتند از ام. بویلیو[6] بی. لیب[7] و جِیْ. پُرتی[8]). کربای گفت «این کار بسیار زیادی بود، بخش‌هایی از مطالب اجمالی ترستن پیشرفت کرد و جامعه کارهایشان را گرامی می‌دارد». ولی قضیه به عنوان قضیه ترستن شناخته می‌شود».

جهان ریاضی منتظر است ببیند آیا پرلمان مدال فیلدز را به خاطر کارش دریافت خواهد کرد؟ قانون سنتی متداول که توسط کمیتهٔ مدال فیلدز پیروی می‌شود این است که دریافت کننده در سالی که مدال اهدا می‌شود بیش از چهل سال نداشته باشد. پرلمان در ژوئن سال ۲۰۰۶ چهل ساله می‌شود. بعضی معتقدند حتی بدون درنظر گرفتن حدسیه‌های پوآنکاره و هندسی‌سازی، پرلمان یقیناً کار کافی انجام داده است که مستحق مدال فیلدز باشد.

مورگان اعلام کرد «آنچه کار پرلمان دربارهٔ توسعهٔ تکینی در شارریچی ارائه می‌دهد، پیشرفت عظیمی است که به تنهایی او را به عنوان یک کاندیدای جدی دریافت مدال فیلدز مطرح می‌کند».

حدس پوآنکاره یکی از هفت مسألهٔ جایزه‌دار هزارهٔ CMI است، که در سال ۲۰۰۰ اعلام شد.

---

1) R. Kirby 2) Orbifold 3) D. Cooper 4) C. Hodgson 5) S. Kerckhoff 6) M. Boileau 7) B. Leeb 8) Joan Porti

تا زمان ارائه کار پرلمن، هیچ حل جدی برای هیچ یک از این مسائل ارائه نشده بود، بنابراین هیچ جایزه‌ای هم داده نشده بود. قانون‌های جایزه بیان می‌کند که یک حل ارائه شده باید در یک «مجله داوری شدهٔ با اعتبار جهانی» چاپ شود و این که این حل چاپ شده باید دو سال قبل از این که CMI تعلق جایزه به آن را بررسی کند در دسترس باشد. قانون‌ها چنان بیان شده‌اند که لازم نیست شخصی که برای برنده شدن جایزه درنظر گرفته می‌شود، مؤلف حل (مسأله) چاپ شده باشد، جِی. کارلْسُن[1]، رئیس مؤسسهٔ ریاضی کِلِیْ توجه می‌دهد و می‌گوید «این حقیقت که پرلمان یک روش نامعمول را اتخاذ کرده و مقاله‌هایش را در arxiv قرار داده ولی به یک مجله تسلیم نکرده، مانعی برای تعلق جایزه به او نیست».

او گفت در زمان مناسب، مؤسسه کلی تمام مطالب در دسترس را بررسی می‌کند و دربارهٔ صحت اثبات حدس پوآنکاره قضاوت می‌کند. فقط پس از آن، دادن جایزه انجام می‌شود. سؤالی که مؤسسه کلی با آن مواجه است این است که آیا جایزه را فقط به پرلمان بدهد یا دیگران را هم به عنوان دریافت کنندهٔ جایزه مشمول دریافت جایزه نماید ـ شاید همیلتن؟ کارلسن گفت هنوز برای او زود است که دربارهٔ این احتمالات بیندیشد.

ولی بدون شک جهان ریاضی به اندیشیدن و بحث دربارهٔ کار فوق‌العاده مهم پرلمان ادامه می‌دهد. یک مطلب واضح است: پرلمان سهم عظیمی نسبت به موضوع دارد. بسیاری از کارهایی که او انجام داده را بدون آن که تسلیم یک مجله نماید، بدون آن که زیاد سخنرانی کند، کاملاً موضوع مورد بحث را که درکش آسان نیست، روشن می‌کند.«پرلمان فردی غیرمعمولی و خیلی تیزهوش است و این روشی است که او انتخاب کرده است.» کارلسن توجه می‌دهد که «من فکر می‌کنم مهمترین مطلب این است که او آن سه مقاله را نوشت و آن‌ها را در arxiv قرار داد، و این که به ریاضیدانان هدیه‌ای بزرگ و ایده‌های جدید زیاد و مطالبی که دربارهٔ آن‌ها باید فکر کرد، ارائه داد.»

توضیح مترجم. با توجه به تاریخ چاپ اصل مقاله (سپتامبر ۲۰۰۶) همهٔ مطالب آن، گزارش وضعیت آن زمانِ حدس(ها) بوده است ولی اکنون که این ترجمه به چاپ می‌رسد بعضی از مطالب آن به منزلهٔ بیان تاریخ ریاضیات می‌باشد. از جمله این که اکنون می‌دانیم «حدس پوانکاره» آن زمان به «قضیهٔ پوانکاره» تبدیل شده است.

تشکر. از ویراستار محترم جناب آقای دکتر محمد جلوداری ممقانی به‌خاطر ویرایش این ترجمه صمیمانه تشکر و قدردانی می‌نمایم.

مراجع

[Anderson] MICHAEL ANDERSON, Geometrization of 3 - mainfolds via the Ricci flow, *Notices* 2 (2004), 184 - 93.

1) J. Carlson

[Besson] GÉRARD BESSON, Preuve de le conjecture de Poincaré en déformant le métrique par la courbure de Ricci, d'après G. Perel'man, *Astérisque* **307**, Société Mathématique de France (to appear September 2006).

[Cao - Zhu] HUAI - DONG CAO and XI - PING ZHU, A complete proof of the Poincaré and Geometrization Conjectures - Application of the Hamilton - Perelman Theory of the Ricci flow, *Asian J. Math.* **10** (2006), 145 - 492.

[Kleiner - Lott] BRUCE KLEINER and JOHN LOTT, Notes on Perelman's papers, arXiv: math.DG/0605667, 25 May 2006.

[Hamilton] R. S. HAMILTON, Three - manifolds with positive Ricci curvature, *J. Differential Geom.* **17** (1982), 695 - 729.

[Milnor] JOHN MILNOR, Towards the Poincaré Conjecture and the classification of 3 - manifolds, *Notices* **10** (2003), 1226 - 33.

[Perelman 1] G. PERELMAN, The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications, http://arxiv.org/abs/math.DG/0211159, 11 November 2002.

[Perelman 2] ——,Ricci flow with surgery on three - manifolds. http://arxiv.org/abs/math.DG/0303109, 10 March 2003.

[Perelman 3] ——,Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three - manifolds, http://arxiv.org/abs/math.DG/0307245, 17 July 2003.

[Shioya - Yamaguchi] T. SHIOYA and T. YAMAGUCHI, Volume collapsed three - manifolds with a lower curvature bound, *Math. Ann.* 333 (2005), 131 - 55.

[Thurston] WILLIAM P. THURSTON, Three - dimensional manifolds, Kleinian groups and hyperbolic geometry, *Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)* **6** (1982), 357 - 81.

مترجم: سید محمدباقر کاشانی
دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده علوم‌پایه
kashanim@modares.ac.ir