

بدرود بورباکی، تغییر دیدمان* در ریاضیات

یان استوارت

ترجمه احسان ممتحن

توماس کوهن جایگاهش را از خاطر نشان ساختن این نکته کسب کرده است که علم دنباله‌ای پیوسته از تحولات عقلی نیست، بلکه تابع تغییر دیدمان است - انقلاب‌هایی که در آن‌ها تمام دیدگاه دگرگون می‌شود. واژه خودمانی‌تر برای این فرآیند همان «مُد» است. اما مگر مد چیزی به جز تغییر دیدمان در زمینه‌ای معمولی از فعالیت‌های بشری است؟ اغلب گمان می‌رود ریاضیات از این تغییر دیدمان مصون است. هرچه که باشد، ریاضیات شامل حقایقی کامل است، که با منطقی انکارناپذیر اثبات شده‌اند. اما واقعاً این گونه است؟ خُب نه، نه واقعاً - اما اگر این جور هم بود، باز مانعی بر سر راه تغییر دیدمان نبود. تغییر دیدمان به منطق درونی علم مربوط نیست، بلکه با دیدگاه بیرونی آن مرتبط است. دوباره دیدن همان امور با نگاهی تازه و قرار دادن آنها در چهارچوبی نو است.

ریاضیات در تاریخ طولانی و پرنقش و نگارش تغییرهای دیدمان متعددی را تجربه کرده است، و هم‌اکنون در میانه یکی دیگر از آنها است. دیدمان پیشین ریاضیات در دهه‌های پنجاه و شصت شکل گرفت، هنگامی که گروهی از ریاضیدانان با نام مستعار «بورباکی» بر آن شدند که تمام ریاضیات را بر بنیادی یکپارچه، کُلّی و بنابراین بسیار مجرد استوار سازند^۲ ایده آنها این بود که اصولی چنان کلی پایه‌ریزی کنند که از آنها تمام حالات خاصی که نسل‌های قبلی ریاضیدانان ابداع کرده‌اند قابل استنتاج باشد. برای مثال به جای مطالعه هندسه مسطحه، آن را به عنوان حالت خاصی از هندسه فضاهاى چند بعدی توصیف می‌کردند.

بورباکی آنقدر مزایا داشت که توانست خودش را همچون یک دیدمان تثبیت نماید. آنها دقت،

*) Paradigm Shifts 1) IAN STEWART

۲) بر طبق اظهار صریح آندره وی و دیگر اصحاب بورباکی نظیر پیر کارتیه، زمان پیدایش بورباکی به اوایل دههٔ چهل میلادی باز می‌گردد، نه دههٔ پنجاه یا شصت (م).

روشنی و اثربخشی را در ریاضیات وارد کردند و حوزه کاربرد آن را گسترش دادند. ریاضیات آنچنان غول پیکر و چهل تکه شده بود که کاری باید انجام می‌گرفت تا حقایقی را که آدمی باید می‌آموخت تقلیل دهد. بورباکی مثالی است از آنچه دانشمندان علوم کامپیوتر آن را اکنون فشرده‌سازی داده‌ها^۱ می‌نامند. اگر روشی برای استنتاج حقایقی خاص از اصول کلی داده شده باشد، همه آنچه که شخص نیاز دارد، به خاطر سپردن آن اصول است. یک کاستی اساسی وجود دارد، که نزد دانشمندان کامپیوتر هم شناخته شده است: داده‌های فشرده شده را، پیش از آن که بتوان با دقت بیان نمود، باید رمزگشایی کرد. ریاضیدانان می‌دانستند چگونه پیام‌های بورباکی را رمزگشایی کنند، اما مابقی عالم نمی‌دانست و این به سوء تفاهم اسف باری منجر شد، در پایان دهه شصت، میان بخش‌های ریاضی و فیزیک دیگر گفتگویی در نمی‌گرفت. هر چند، در اواسط دهه هشتاد موانع در حال از میان برداشته شدن بود. در دهه نود، مدال فیلدز - معادل جایزه نوبل در ریاضیات - به یک فیزیکدان داده شد، با وجود آن که بعضی از مهمترین ایده‌های اثبات نشده باقی مانده بود.

چگونه چنین چیزی اتفاق افتاد؟ جابجایی‌های دیدمان زمانی ظهور می‌کنند که دیدمان قدیمی در جریان فکری رایج از اعتبار ساقط می‌شود. بورباکیسم به همین راحتی ناپدید نشد. قضایایی که با استفاده از روش‌های بورباکی پسند اثبات شده‌اند درست باقی می‌مانند حتی اگر شما دیگر به فلسفه‌ای که آنها را تولید کرده است معتقد نباشید. به این معنی، ریاضیات نور ریاضیات کهنه را زیر و رو نمی‌کند، و به همین دلیل است که عده‌ای از مردم فکر می‌کنند که تغییر دیدمان در ریاضیات رخ نمی‌دهد. اتفاقاً رخ می‌دهد و سقوط بورباکی هم نمونه‌ای از آن است. چیزی که پیش آمد آن بود که چشمه قضایایی که می‌شد در کلیت مورد نظر بورباکی اثبات شوند به سرعت شروع به خشک شدن کرد. دستاورد بورباکی شامل تکنیک‌های فوق‌العاده‌ای بود، اما محدودیت‌های خودش را داشت - یکی از اصلی‌ترین محدودیت‌ها آن بود که بورباکی به نادیده گرفتن حالات خاص غیرعادی گرایش داشت، نتایج عجیب کم تعدادی که درباره یک مثال بودند. وضع قدری شبیه نظریه عمومی خم‌ها است که چون دوایر تنها حالت خاصی از خم‌های به مراتب پیچیده‌ترند، اهمیت π را ارج نمی‌نهد. فیزیکدانان که برنده مدال فیلدز شد یک آمریکایی است بنام اد (مخفف ادوارد) ویتن، و بر روی نظریه میدان کوانتومی و گره‌ها^۲ کار می‌کند. کار بزرگ او کشف این بصیرت بود که این دو رشته باید به شکلی با یکدیگر مرتبط باشند. دست بر قضا کار ویتن نتیجه مشاهدات دیگر برنده مدال فیلدز، ریاضیدان اهل ژلاندنو، وان جونز^۱ بود. جونز در حالی که مشغول کار

1) data compression

۲) نظریه گره‌ها شاخه‌ای از توپولوژی است. هر گره یک نشاننده دایره در \mathbb{R}^3 است. ویتن در مقام یک متخصص نظریه ریمان، جهان را متشکل از ریمان‌هایی از انرژی می‌داند که اغلب به شکل گره‌های خاصی در فضایی با ابعاد زیاد (گاه ۱۱ بعد) در حال نوسان و جنبش هستند. به همین علت درک ماهیت عمیق گره‌ها برای ادوارد ویتن مهم بوده و هست. (م)

3) Vaughan Jones

بر روی مسأله‌ای خاص در آنالیز بود با ریاضیات گره‌ها برخورد کرد. با تعقیب این مسأله، جونز روشی کاملاً جدید کشف کرد تا بتواند گره‌ها را از یکدیگر مشخص نماید. این روش به واقع دشوار بود: تا پیش از دهه بیست هیچ کس حتی نشان نداده بود که گره‌ها به معنی ریاضی کلمه وجود دارند، حتی کسی اثباتی منطقی ارائه نکرده بود که نشان دهد گره‌های ملوانی^۱ و خفتی^۲ دو نوع گره متفاوت^۳ هستند. گره‌ها بخشی از توپولوژی هستند و بورباکی به طرز پیروزمندانه‌ای بر توپولوژی فضاهای چندبعدی اشراف یافته و تقریباً همه مسائل مهم در پنج یا بیشتر از پنج بعد را حل کرده بود. اما جونز توجه‌اش را به گره‌ها در فضای سه بعدی معطوف کرد و در آنجا چیزی فوق‌العاده یافت. شگفت‌انگیزترین جنبه کشف جونز این است که در اساس کشف او می‌توانست پنجاه سال زودتر اتفاق افتد: کار جونز نتیجه هیچکدام از نظریه‌های عمیق بورباکی نبود. تو گوئی در نوعی بُعد زمانی دیگر زندگی می‌کرد. مشاهدات جونز حلقه جدیدی از ایده‌های اساسی را در سراسر ریاضیات گشود و کاربردهائی در زیست‌شناسی ملکولی DNA یافت. ویتن در حالی که تلاش می‌کرد بدانند این ایده‌ها واقعاً چه می‌گویند، مشاهده کرد که خواستگاه حقیقی آنها نظریه میدان کوانتومی است.

آواز طبل سقوط بورباکی همه جا به گوش می‌رسید. بورباکی نمای آراسته‌ای از ریاضیات را به نمایش می‌گذاشت که کاملاً با عملکرد واقعی ریاضیدانان مطابقت نداشت. ریاضیدانان پژوهشگر درباره حالات خاص فکر می‌کنند. آنها فضاهای چندبعدی را با فکر کردن درباره حالت $n = 2$ مطالعه می‌کنند. اما دست کم تا زمانی که دیدمان بورباکی غلبه داشت - آنها تنها شاهرکارهای آراسته، نهائی و کلی خود را منتشر می‌کردند. نمونه قدیمی‌تر استفاده از این شیوه کارل فریدریش گاوس بود، بزرگترین ریاضیدانی که تاکنون پا به عرصه وجود نهاده است. یکی از معاصرانش او را همچون «روباهی که ردپاهایش را با دمش پاک می‌کند» توصیف کرده است. دیدمان کنونی از این قرار است: رد پای روباه مهم است. این که چگونه به ایده‌ای دست یابی به اندازه خود ایده مهم است. بیان صریح‌تر این موضوع در «ریاضیات آزمایشگاهی» ممکن است، که تأکیدش بیشتر بر کامپیوتر یا کاغذ و مدادی است که برای بررسی مثال‌های خاص به کار می‌روند. بسیاری از پدیده‌های عام و مهم نظریه آشوب دقیقاً به همین شکل پیدا شده‌اند: نخست آزمایش، سپس اثبات. ریاضیدانان آزمایشگر باور دارند که انتشارات علمی باید قصه را بدانگونه که رخ داده است بازگو کند، تا آن که پاسخ‌های روشنفرانه پس از واقعه را به نمایش بگذارد. خطاست اگر گمان بریم بورباکی یک اشتباه، یک اتلاف وقت بوده است. مسیر حرکت تاریخ ماریچ است نه دایره: هنگامی که به دیدمان مشابه بازگردیم همان کار را در سطحی بالاتر انجام خواهیم داد. امروزه، حالات خاص از منظر بورباکی حالات خاص‌اند: اما از منظر ریاضیدانان قرن هیجدهم به طرز چشم‌گیری کلی و مجرد هستند. دیدمان جدید دستاوردهای مجرد بورباکی را همچون ابزارهائی جهت کشف

1) reef 2) granny

۳) گره ملوانی گره‌ایست که ملوانان دریائین یا بالای بادبان‌ها از آن استفاده می‌کنند و گره خفتی شبیه به گره طناب اعدام است. (م)

مثال‌های ملموس به خدمت می‌گیرد. قدرت همان ابزارها اوج باورنکردنی کنونی را میسر ساخته است. بناهای معظم بورباکی ویران نشده‌اند. ریاضیدانان در آنها زندگی می‌کنند، کار روزانه‌شان را در آنها انجام می‌دهند. اما به باور تعداد روزافزونی، آن کارها برای بنای ساختمان معظم دیگری به سبک بورباکی اختصاص ندارند.

البته، تا فرا رسیدن دیدمان بعدی، وقت آن است شروع به فهم ژرفای حقیقی عمومیت حالات خاص کنیم.

مترجم: احسان ممتحن

گروه ریاضی - دانشگاه یاسوج

پست الکترونیک: momtaha_n_e@hotmail.com