

# کنترل دنیایی پیچیده

نویسنده: پیر پریه<sup>۱</sup>

مترجم: نوروزایزد دوستدار

ویراستاران: فرح الله محمودی، ارسلان شادمان

خواه قابلیت مانور یک هواپیما مطرح باشد، خواه نگهداری مکانیکی یک سازه پیچیده یا مدیریت عبور و مرور خودروها، پیشرفت در این زمینه‌ها تنها منوط به اختراعات صرفاً فنی نیست. این پیشرفت نیز زائیده پژوهش‌های مجردی نظیر نظریه ریاضی کنترل است.

فایده آگاهی از نحوه کنترل واکنش یک هواپیما یا یک موشک در جریان شدید هوا، یا اتخاذ رفتار مناسب و چاره‌جویی در زمینه پیامد آن در صورت بروز اتفاقی ناگوار در یک مرکز هسته‌ای، نحوه برخورد و اداره شبکه برق رسانی در صورت بروز اشکال و غیره را هرکسی به آسانی می‌فهمد. در وضعیت‌های نرمال، هدف کنترل، بهینه‌کردن چیزی، بهبود بخشیدن شیوه اجرایی و صرفه‌جویی در مصرف مواد یا پول است. مثلاً نگهداری یک ماهواره روی مدار مطلوب با صرف کمترین سوخت نمونه‌ای از این موارد است. برای مثال توجه خود را به شیوه برخورد با توقف ناگهانی برق در یک شبکه برق‌رسانی

---

<sup>۱</sup> Perrier, Pierre: *Contrôler un monde complexe*,  
in: *L'explosion des mathématiques*, SMF et SMAI, Paris, 2002, p. 19-22



پل واسکو د گاما روی رودخانه تاخو در لیسبون. مقاومت هر ساختار پیچیده مانند یک پل را می توان به گونه ای فعال کنترل کرد. برای این کار، اجزای لازم را در مکان های مناسبی که برحسب تکان های ساختار انتخاب می شوند، قرار می دهند، تا به این ترتیب مشخصه مکانیکی ساختار تعدیل شود و اثرات لرزش، کاهش یابد. نظریه ریاضی کنترل، چنین اوضاعی را بررسی می کند. (کلیشه گاما/ژیل باسیناک<sup>۱</sup>)

معطوف می کنیم. حادثه ای نظیر یک مدار کوتاه یا قطع برق (مثلاً در اثر افتادن تیر برق) یا افزایش مصرف انرژی در یک ناحیه، روی شبکه می تواند پیامدهای فراوانی داشته باشد. و اما تحقق یک مطالعه فراگیر روی همه اتفاقات ممکن و همچنین محاسبه دقیق هر مرحله از انتشار اثرات چنین اتفاقی عموماً میسر نیست. شمار امکانات بررسی این مسائل بسیار فراوان است و در هر صورت بسیار فراتر از توان قوی ترین رایانه ها می باشد. بنابراین نیازمند طراحی مدلی ریاضی هستیم که به صورتی ساده شبکه و عمل کرد آن را ترسیم کند. به کمک تلاش ها و محاسباتی با وسعت معقول، این گونه مدل سازی به ما امکان می دهد تا حداقل به طور تقریبی بر محتوای سیستم احاطه داشته باشیم. در عوض، این الگوسازی می تواند به بهبود درک شبکه کمک کند. ولی همچنین می خواهیم توانایی کنترل یک وضعیت بحرانی را نیز داشته باشیم، که برای مثال با افزایش اضافه بار موضعی یا در کل یک ناحیه به وجود می آید. به سخنی دیگر، می خواهیم بدانیم که پست فرمان چه تسلسل عملیاتی را باید اجرا کند تا پیامدهای ناشی از توقف را به حداقل برساند. آیا چنین دانشی به طور نظری میسر است؟ آیا استراتژی های کنترل بهینه وجود دارند؟ چنانچه

<sup>۱</sup> Cliché Gamma/Gilles Bassignac

پاسخ مثبت است، این استراتژی‌ها کدامند؟ سرانجام برای بررسی درستی این مسأله، پیش از اقدام به اجرای کلان آن در جهان واقعی، به وسیله شبیه‌سازی عددی با رایانه، چه الگوریتمی باید به کار برد؟ فراهم ساختن یک چهارچوب مطالعه دقیق در مسأله مدیریت منابع و لوازم فوق، به منظور جلوگیری از هدر دادن انرژی یا قربانی شدن بر اثر قطع کلی جریان برق، ضروری است. این مثال، نخستین نوع از مسائل کنترل پیچیده‌ای را ارائه می‌دهد، که ریاضیدانان - با یاری منطق ریاضی، نظریه اعداد، نظریه احتمال، آنالیز و نظریه کنترل - سهم خود را در آن ادا می‌کنند. اینان می‌توانند راجع به وجود یک راه حل پذیرفتنی و راجع به وسایل دسترسی به این راه حل، دست کم برای ما اعتمادی بیشین فراهم کنند. البته باید منتظر تجارب آینده بود تا اعتبار این راه حل تأیید شود.

### جلوگیری از انهدام پل‌ها

پیچیدگی لزوماً مختص یک شبکه نیست. ممکن است این پیچیدگی در واکنش رفتار یک شیئی نظیر یک پل مستتر باشد. نگاهداری چنین ساختاری به تعداد زیادی پارامتر از جمله ارتعاش بستگی دارد. همان‌گونه که همه می‌دانند لرزش یک پل ممکن است با گذشتن صافی از کامیون‌ها یا به وسیله وزش باد یا طوفان ایجاد شود. این پدیده گاهی تا شکستگی ساختار مورد نظر پیش می‌رود. هر پلی همانند سایر ساختارهای مکانیکی، دارای یک سری فرکانس‌های ارتعاشی مربوط به خود است؛ اگر اغتشاش بیرونی، لرزش‌هایی را سبب شود که متناظر فرکانس خاص لرزش باشد، تشدید یا رزونانس تولید می‌شود که پل انرژی آن را با ارتعاش‌های خاص خود، جمع می‌کند، این انرژی‌ها تا زمانی که اغتشاش بیرونی ادامه دارد، و تا وقتی که ساختار مورد نظر در برابر فشار مکانیکی حاصل از آن مقاومت می‌کند، گسترش می‌یابد.

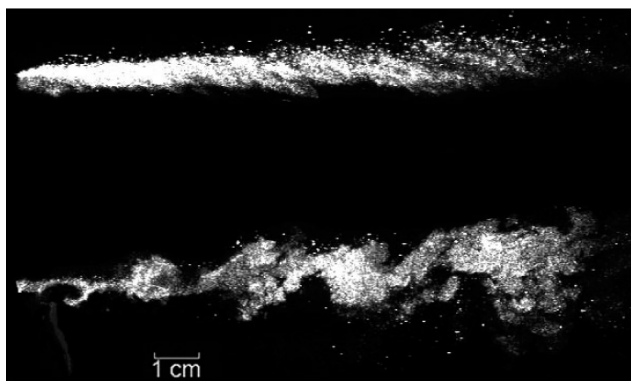
برای کنترل چنین پدیده‌هایی، باید آنها را درک کرد، دانست چگونه آنها را پیش‌بینی کرد و تأسیسات فنی مناسب برای خنثی کردن تشدیدهای خطرناک را نصب کرد. از کنترل منفعل زمانی گفتگو می‌شود که مستهلک سازها را مستقر می‌سازیم تا پیش از تمرکز انرژی در مواضع بحرانی، آنها را به قدر کافی جذب کند. ولی از کنترل فعال زمانی گفتگو می‌شود که یک بار برای همیشه این نقاط بحرانی را تعیین کنیم، و در مکان‌های انتخابی مناسب لوازم فعال یا عمل‌کننده‌ها را قرار دهیم، این عمل‌کننده‌ها در ارتباط با گسترش جابه‌جایی‌های نقاط بحرانی و ادار به عمل می‌شوند، به گونه‌ای که ساختار را از هر تحول خطرناکی دور نگاه می‌دارند. با یک تحلیل ریاضی سیستم مورد مطالعه است که

جایگیری‌های مناسب، نگهدارنده‌ها و عمل‌کننده‌ها و شیوه عمل کنترل آنها به بهترین نحو تعیین می‌شود.

متأسفانه محاسبه دقیق رفتار سیستم در غیاب کنترل حساسیت آن و استعداد کنترل آن، اغلب اوقات، غیرقابل دسترسی است. معمولاً دلیل آن ممکن است مربوط به پیچیدگی ریاضی در حالت غیرخطی (عدم امکان تجزیه آنها به مجموع عناصر ساده و کم و بیش مستقل از نظر ریاضی)، یا مربوط به زمان محاسبه طولانی با رایانه باشد. در نتیجه این کنترل اغلب ناقص است. برای مثال ممکن است فقط موفق به کنترل موقت چند نوع ارتعاش باشیم - انرژی بیرونی، پیش از این که ترکیب شده و به صورت تعداد اندکی ارتعاش با دامنه پرتوان نمودار شود، نخست در انواع لرزش‌های با دامنه ضعیف جمع می‌شود. برای درک بهتر این فرآیندها و ترمیم اثرات منفی آنها، کارهای زیادی باقی مانده است.

### پابرجا ماندن با وجود آشفته‌گی‌های شدید محیط

سومین مثال را در مورد جریان‌های سیال با سرعت زیاد، نظیر جریان هوا در اطراف یک هواپیما، یا در اطراف موشک در حال پرتاب، یا جریان آب اطراف یک کشتی سریع‌السیر در نظر بگیریم. در این شرایط با آشفته‌گی‌ها، یعنی با حرکات پیچیده و ناپایدار سیال، با ویرانی و بازسازی دائمی ساختارهای چنان پیچیده‌ای روبه‌رو هستیم که گویی از یک بی‌نظمی کامل حاصل شده‌اند. این آشفته‌گی‌ها می‌توانند به طور قابل توجهی موجب ایجاد مزاحمت برای یک وسیله نقلیه هوایی یا غیره‌وایی شوند. به نظر همه می‌رسد که کنترل در اینجا بسیار مشکل است. ولی این مسأله دارای اهمیت کاربردی زیادی است. به همین دلیل مهندسين با روش آزمایش و خطا و مثلاً با الهام از پرواز پرندگان، برای هواپیماها سعی کرده‌اند نوعی قابلیت کنترل، در پرواز و حرکت‌های مشابه پدید آورند. این مهندسين مخصوصاً با تقویت لبه‌های گریز و مورد حمله بال‌ها و با قراردادن گیرنده‌هایی در محل‌های نسبتاً آرام و قراردادن عمل‌کننده‌ها - فرمان‌ها - در نقاط حساس نزدیک لبه‌های گریز هواپیماها تا حدودی در این کار موفق شدند.



تصویر بالایی جریان سیال مافوق صوت نسبتاً منظمی را نشان می‌دهد. در تصویر پایین می‌بینیم که نفوذ ناگهانی اندکی سیال از اطراف موجب گسترش ناپایداری جریان سیال می‌شود. چنین دخالتی روشنگر این اندیشه است که به ویژه از نظر کنترل می‌توان به کمک ساز و برگ‌های کوچک روی جریان‌ها اثر کرد. (کلیشه از اروان کولن LEA/CEAT، دانشگاه پواتیه)

نظریهٔ ریاضی کنترل در وهلهٔ نخست اجازه داده است این نتایج تجربی را بازیابیم. سپس امکان پیشنهاد استراتژی‌های عمل را فراهم نموده است، یعنی نقشه‌هایی برای طراحی مناسبی که بسته به مورد، حساسیت نسبت به عمل‌های یک عملگر انسانی یا اغتشاش‌های بیرونی را تقویت می‌کنند یا کاهش می‌دهند. در حال حاضر در سرآغاز تشخیص ترتیبات مقدماتی کنترل فعال قرار داریم که در مقیاس تقریباً میکروسکوپی، یک لایهٔ سیال با چند دهم میلیمتر ضخامت عمل می‌کند: از آن جمله می‌توان به رفتار میکرومکانیسم‌هایی که امکان تغییر شکل موضعی وسائط نقلیه را در نقاط بحرانی جریان سیال فراهم می‌کنند، اشاره نمود. با هماهنگی عمل نظم‌دهنده‌های ریزی از این نوع، به اثر جریان سیال در مقیاس ماکروسکوپی در حد انتظار دست می‌یابیم. پژوهش‌های ریاضی همراه تلاش‌های فیزیکی یا فنی در قلمرو کنترل آشفتگی‌های سیالات در حال گشایش دنیایی از تلاش‌های باورنکردنی به روی ما هستند که تا چند سال پیش غیرقابل تصور بود؛ دنیایی که در آن برای دستیابی به چنین نتیجه‌ای، مقدار انرژی یا اندازهٔ ابزارهای ضروری در حد خیلی زیادی کاهش می‌یابند.

## در نظریه کنترل از شاخه‌های گوناگون ریاضیات به ویژه نظریه معادلات دیفرانسیل استفاده می‌شود.

مسائل کنترلی که در اینجا مطرح کردیم می‌تواند شامل موارد پیش‌پا افتاده‌ای مانند شیشه‌پاک‌کن‌های معمولی اتومبیل‌ها، تا پرتاب فضایی بسیار پیشرفته باشد. نظریه کنترل که در سال‌های ۱۹۴۰-۱۹۵۰ بخصوص در رابطه با فعالیت‌های فضانوردی پدید آمد، روش‌ها و مفاهیم خود را از شاخه‌های مختلف ریاضی اتخاذ می‌کند. این نظریه به خصوص از معادلات دیفرانسیل (که مجهول آنها یک تابع است) و معادلات با مشتقات جزئی (که مجهول آنها تابعی از چند متغیر است) استفاده می‌کند، این نظریه‌ها میدان وسیعی از مطالعات قدیمی‌اند که هنوز هم کارآمدند. در واقع برای بسیاری از سیستم‌هایی که در دنیای واقعی با آنها مواجهیم، می‌توان به کمک چنین معادله‌ای رفتار آنها را الگوسازی کرد. از این رویک مسأله کنترل می‌تواند به کمک یک یا چند معادله دیفرانسیل یا با مشتقات جزئی بیان شود، که شامل جملات ارائه‌دهنده عمل‌های کنترل‌اند و عمل‌های کنترل توسط انسان تعریف می‌شوند. جملات کنترل را به طور کلی با  $C$ ، و تابع ارائه‌دهنده رفتار سیستم را با  $f$  نشان می‌دهیم؛  $f$  جواب این معادله دیفرانسیل است که  $C$  در آن دخالت دارد، بنابراین  $f$  به  $C$  بستگی دارد. پس هدف نظریه کنترل، به طور کلی تعیین  $C$  است به گونه‌ای که  $f$ ، یعنی وضع رفتاری سیستم، قابل قبول باشد. برای یک ریاضیدان، حل یک معادله دیفرانسیلی خاص مطرح نیست، بلکه یافتن نتایج کلی مطرح است، که در موارد رده‌ای وسیع از این معادلات معتبر باشد، تا در موارد عدیده‌ای با حالت‌های متفاوت به کار رود.

در فرانسه نظریه کنترل موقعیت مناسبی در قلب مکتب مشهور ریاضیات کاربردی قرار دارد، که در اثر زحمات ژاک - لویی - لیونس<sup>۱</sup> (۱۹۲۸-۲۰۰۱) تأسیس شد. اما تنها یک مکتب ریاضی خوب برای نظریه کنترل کفایت نمی‌کند. در عین حال باید نتایج آن شناخته شوند و توسط همه کسانی که به آن نیاز دارند مورد استفاده قرار گیرند. از آنجاست که تحکیم ارتباط بین جامعه ریاضی و جوامع مکانیک، مهندسی، شیمی‌دان‌ها و زیست‌شناسان فواید متعدد خود را روشن می‌سازد.

پیر پریه

آکادمی علوم و آکادمی فناوری

پاریس

## چند مرجع

- J. R. Leigh, Control theory. A guided tour (Peter Peregrinmus, London, 1992).
- J. Zabczyk, Mathematical control theory: an introduction (Birkhäuser, 1992).
- J.-L. Lions, Contrôlabilité exacte, perturbations et stabilisation de systèmes distribués (Masson, 1988).

*Pierre Perrier*  
*Académie des sciences et*  
*Académie des technologies, Paris.*